李军鹏,董卫国,孟惠芳,等. 降雨条件下坡面细沟侵蚀模型及临界坡度研究 [J]. 灾害学, 2016, 31(1): 207-212. [Li Junpeng, Dong Weiguo, Meng Huifang, et al. Research of Rill Erosion Model and Critical Slope Gradient during Rainfall [J]. Journal of Catastrophology, 2016, 31(1): 207-212.]

# 降雨条件下坡面细沟侵蚀模型及临界坡度研究

李军鹏1,董卫国2,孟惠芳1,贾梦雪1

(1. 兰州大学 西部灾害与环境力学教育部重点实验室,甘肃 兰州 730000; 2. 江苏省地震局,江苏 南京 210014)

摘 要:分析了坡面侵蚀影响因素,采用水力学计算公式,建立降雨条件下,坡面细沟侵蚀模型。对坡面松散颗粒启动和土块启动进行分析,得出了坡面侵蚀临界水深条件。并对侵蚀速率及其影响因素进行探讨,得出当侵蚀速率大于零时,坡面侵蚀能力随着坡度的增大而增大,当侵蚀速率小于零时,坡面抗侵蚀能力随着坡度的增大先增大后减小,存在一个临界坡度  $\theta_m$ ,临界坡度一般在  $7^\circ \sim 24^\circ$ 之间,受内摩擦角的影响显著,随着内摩擦角的增大而增大。同时,基于侵蚀速率、侵蚀方式和临界坡度,将坡面划分为强烈侵蚀区、稳定侵蚀区和弱侵蚀区三个阶段,从力学的角度,揭示了坡面演化过程中的一些现象。

关键词:细沟侵蚀;侵蚀速率;临界坡度

中图分类号: P333.5; X43 文献标志码: A 文章编号: 1000-811X(2016)01-0207-06 doi: 10.3969/j. issn. 1000-811X. 2016. 01. 038

坡面侵蚀是水土流失最直接最主要形式,包 括细沟间侵蚀过程、细沟侵蚀过程和浅沟侵蚀过 程[1]。细沟侵蚀是坡面水蚀过程的重要组成部 分[2],坡面上一旦出现细沟侵蚀现象,侵蚀量会 成倍甚至数十倍的增加[3-4],因此,国内外相关学 者已对细沟侵蚀产沙过程、产沙机理以及侵蚀影 响因素进行了大量的研究,并取得了一大批成 果[4-8]。但这些成果大多是建立在以试验为基础的 定性分析上的[9], 且不同的学者、不同的实验方 法、不同的水力学参数得出的结果不尽相同,产 生这种情况的主要原因是对坡面侵蚀机理认识不 够深入, 尤其是细沟发育各阶段的特征及其影响 因子间的相互关系还不明确。实际上,细沟侵蚀 既是水流和土壤相互作用的复杂物理过程,又是 径流冲刷作用和坡面抗蚀作用以及地面物质补充 能力之间相互协调的结果[10]。细沟侵蚀受坡度、 坡长、土壤特性、雨强以及微地貌形态等多种因 素的制约,但本质上,细沟侵蚀的直接动力是坡 面水流的冲刷力[11],而它的抗冲能力则是土壤本 身的稳定性[9-12]。这些制约因素都是通过直接或 间接地影响坡面水流冲刷能力和土壤抗冲能力的 相对关系来影响坡面侵蚀的。因此, 从力学的角 度分析坡面侵蚀问题,不仅可以弥补定性实验的 不足,还可以更好地揭示坡面侵蚀的内在机理, 基于此,本文在充分考虑坡面流动力特性的基础 上,采用水力学计算公式,建立了降雨条件下细沟侵蚀模型,并对细沟侵蚀机理、侵蚀速率等问题进行探讨,提出相关结论,以期为细沟侵蚀定量研究和坡面治理提供依据。

### 1 坡面侵蚀的主要影响因素

坡面侵蚀是指降雨产流形成的薄层水流对坡 面土壤的冲蚀过程。坡面侵蚀是一个极其复杂的 过程,影响因素众多,包括降雨条件,土壤特征, 下垫面情况等, 文献[13]基于自组织理论研究黄 土坡面细沟发育特征时指出,坡度是影响面流侵 蚀的一个重要因素, 文献[14]指出, 坡面坑洼状 态也是影响面流侵蚀的重要因素, 但一些学者认 为,微地貌可以削减侵蚀作用,另一些学者认为, 微地貌可以增加潜在的冲刷。单从力学角度分析, 坡面侵蚀的直接动力是坡面水流的冲刷力,而它 的抗冲能力则是土壤本身的稳定性。实际上,从 现有的侵蚀模型 WEPP 可知, 坡面侵蚀率取决于 坡面流体的侵蚀能力和土粒的抗侵蚀能力的相对 关系, Nearing 等人[15] 在 WEPP 中将其概念进行定 量描述。汤立群、陈国祥[16]从能量的角度入手, 建立了小流域产沙动力学模型,他们指出,在坡

\* 收稿日期: 2015-03-18 修回日期: 2015-09-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(51469001); 中国铁建科技支撑计划项目(12-C32)

作者简介:李军鹏(1989 - ),男,甘肃兰州人,硕士研究生,主要从事地质灾害预测与评价研究. E-mail: lijp09@ lzu. edu. cn

通讯作者: 董卫国(1972 - ), 男, 江苏南京人, 工程师, 主要从事工程地质研究. E-mail: dwg\_nj@ sohu. com

面侵蚀过程中,坡面水流的有效能量等于坡面侵蚀能量,并将坡面流速的影响考虑在内,因此坡面侵蚀率可表示为:

$$D_{r} \circ \propto K(\tau - \tau_c) v \circ \tag{1}$$

式中:  $D_r$ 为土壤单宽侵蚀率( $kg/(m^2 \cdot s)$ ), K为 待定系数,  $\tau$  为坡面流剪切力( $kg/m^2$ ),  $\tau_c$ 为土壤 抗侵蚀力( $kg/m^2$ ), v 为坡面流流速(m/s)。令  $\Delta \tau$  =  $\tau - \tau_c$ 为有效剪切力,该式表明,在不考虑其他 因素时,坡面侵蚀率正比于有效剪切力和坡面流速。

### 2 坡面细沟降雨产流模型

### 2.1 降雨产流模型

降雨形成的坡面流是造成细沟侵蚀的直接动力。起初,坡面流呈漫流状,由于微地貌的变化,坡面流被分为一股股时分时合的辫状水流,辫状水流不断侵蚀坡面,形成隐性细沟,随着降雨的持续,附近水流携带泥沙逐渐集中到这些隐性细沟流中,使其流量大增,侵蚀能力增强,切割坡面形成细沟[4]。由此可见,细沟侵蚀是细沟间侵蚀加剧和拓展的过程,虽然郑粉丽[1] 依据侵蚀历程将细沟侵蚀分为四个阶段,但就侵蚀方式而言,细沟间侵蚀以沟壁面蚀为主,细沟侵蚀以沟底加深,沟壁拓宽为主,就侵蚀强度而言,细沟间侵蚀强度远小于细沟侵蚀,为了模拟细沟侵蚀,我们假定坡面细沟横断面呈 V 型,沟长 L,沟宽为2l,坡度为 $\theta$ ,沟壁坡度为 $\alpha$ ,如图 1 所示。

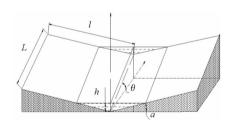


图 1 细沟侵蚀模型示意图

在降雨强度为 I,入渗率为 f 时,沿着坡长,单宽坡面超渗产流近似为  $2(I\cos\alpha - f)l^{[12]}$ ,即细沟内沿着坡长的径流增量为:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}I} = q * = 2(I\cos\alpha - f)l_{\circ} \tag{2}$$

距离坡顶 L 处的流量为:

$$q = \int_0^L \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}L} dL = 2(I\cos\alpha - f)l \cdot L_0 \tag{3}$$

$$q = vA_{\circ}$$
 (4)

细沟内水深为 h,则细沟过水断面为:

$$A = h^2 / \tan \alpha_{\circ} \tag{5}$$

明渠流速计算公式为

$$v = \frac{1}{r} R^{2/3} \sin^{1/2} \theta, \tag{6}$$

式(6)中, n 为坡面糙率系数, R 为水力半径。

$$R = A/\chi, \tag{7}$$

 $\nu$  为湿周, V 型细沟中:

$$\chi = 2h/\sin\alpha_{\circ} \tag{8}$$

由式(3)~式(8)可知,细沟内距离坡顶 L处的水深 h 为:

$$h = 2^{1/4} \cdot \frac{\left[2n(I\cos\alpha - f)l \cdot L\tan\alpha\right]^{3/8}}{\cos^{1/4}\alpha \cdot \sin^{3/16}\theta}$$
 (9)

将式(9)改写成流量与坡度的形式:

$$h = 2^{1/4} \cdot \frac{q^{3/8} \left[ n \cdot \tan \alpha \right]^{3/8}}{\cos^{1/4} \alpha \cdot \sin^{3/16} \theta} \,. \tag{10}$$

由式(10)可知,细沟水深是流量q和坡度  $\sin\theta$ 的幂函数,水深随着流量、沟壁坡度的增大而增大,随着坡度的增大而减小。

#### 2.2 坡面流流速特征

采用明渠计算公式,由式(3)~式(8),得细沟内水深为h时,水流流速为:

$$v = \frac{1}{n\sqrt{2}} \cdot \left[ n(I\cos\alpha - f)l \cdot L \right]^{1/4} (\sin 2\alpha)^{1/4} \sin^{3/8}\theta_{\circ}$$
 (11)

式(11)表明,坡面流速随着坡度的增大而增大。为了分析沟壁坡度对流速的影响,式(11)对  $\alpha$  求导,由于  $(I\cos\alpha - f) = (I - f)\cos\alpha - (1 - \cos\alpha)$  f,随着降雨的进行,坡面土壤产生结皮,坡面土体趋于饱和,渗透性减小,所以  $(I\cos\alpha - f) \approx (I - f)\cos\alpha$ ,则:

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\alpha} \approx \frac{1}{4\sqrt{2n}} \cdot \left[ n(1-f)l \cdot L \right]^{1/4} \sin^{3/8}\theta \cdot \cos^{3/2}\alpha \sin^{-3/4} \left[ 1 - 2\tan^2\alpha \right]. \tag{12}$$

由  $dv/d\alpha = 0$  可知,沟壁坡度为 35.3°时,细沟流流速最大,0°至 35.3°范围内,流速随着沟壁坡度增大而增大,当 $\alpha > 35.3$ °时,沟内流速随着沟壁坡度增大而减小。将式(11)改写成以下形式:

$$v = \frac{1}{n\sqrt{2}} \cdot [nq]^{1/4} (\sin 2\alpha)^{1/4} \sin^{3/8}\theta_{\circ}$$
 (13)

由式(13)可知,该结果与张光辉、张科利<sup>[17]</sup>等人的研究结果相似,流速与流量、坡度成幂函数形式。

#### 2.3 坡面水流的侵蚀能力

降雨条件下,坡面漫流形成机制可归纳为3种,即霍顿型超渗产流、蓄满产流、饱和坡面流<sup>[4]</sup>。坡面超渗产流对坡面组成颗粒的侵蚀力来自水力剪切作用和动水压力<sup>[9]</sup>,即:

$$\tau = \gamma_w h J + K \frac{\gamma_w v^2}{2g} \, . \tag{14}$$

式(14)中,等号右边前一项为水流剪切力,后一项为动水压力, $\tau$  为水流剪切力,h 为坡面水深,J 为水力坡度,K 为颗粒形状组数系数,v 为坡面水流流速,g 为重力加速度。坡面流运动十分复杂,近年来,国内外广泛运用圣维南(Saint-Venant)方程组模拟坡面水流<sup>[4]</sup>,文献[12]在研究坡度对坡面土壤侵蚀的影响分析中指出,运动波近似理论可以较好地模拟坡面降雨产流过程,由于坡度较小,水深浅,水力坡度近似等于  $\sin\theta$ ,一般情况下,坡面水流流动缓慢,动水压力较小,可

以忽略,坡面水流剪切力主要取决于坡面水深。 将式(9)带入式(14),忽略动水压力项,可得细沟 流侵蚀力为:

$$\tau = 2^{1/4} \gamma_w \frac{\left[ n(I\cos\alpha - f)l \cdot \tan\alpha \cdot L \right]^{3/8}}{\cos^{1/4}\alpha} \sin^{13/16}\theta_{\circ}$$
 (15)

式(15)表明,细沟内,水流侵蚀能力不仅与降雨情况、土壤入渗、坡度、坡长有关,还与沟壁坡度有关。随着雨强、沟壁坡度、坡面坡度、坡长的增大,侵蚀能力逐渐增大。

### 2.4 坡面颗粒的抗侵蚀能力

坡面土体的抗侵蚀能力,主要取决于土体性质,植被条件以及坡面坡度等因素,实际情况中,土壤性质和植被覆盖情况往往是十分复杂多变的,为了简化问题的讨论,只考虑坡面土体的抗侵蚀能力。坡面土体在水流作用下,受到水流压力和剪切力,土粒或土块抵抗剪切变形的能力称为土体抗剪强度,土体强度服从摩尔库伦准则:

$$\tau_c = \sigma \tan \varphi + c_{\circ} \tag{16}$$

式中:  $\tau_c$ 为土体的抗剪强度,  $\sigma$  为垂直压力,  $\varphi$  为内摩擦角, 反映了土体颗粒间的摩阻性质, 与土体颗粒的大小、形状等因素密切相关。对于粘性土, c 称为土体的粘聚力, 对于砂性土而言, c 称为土体结构力 [18-19]。

### 3 坡面侵蚀力学分析

#### 3.1 单颗粒起动分析

假定细沟沟床上有一微小松散颗粒,直径为d,与坡面的接触面积为S,在不考虑土粒粘聚力的影响,颗粒在坡面水流作用下,受力如图 2 所示。

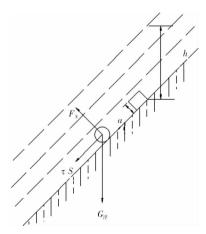


图 2 土粒、土块受力示意图

沿着坡面向下有水流剪切力和有效重力的向下的分力 T,沿着坡面向上有颗粒的抗侵蚀力为 F,其中:

$$T = S_{\tau} + G_{\gamma \beta} \sin \theta; \tag{17}$$

$$F = \lceil \pi d^3 \cdot (\gamma_s - \gamma_w) \cos\theta \tan\varphi \rceil / 6_\circ$$
 (18)

根据受力平衡条件, 当 T - F > 0 时, 坡面颗粒起动; T - F = 0 时, 坡面颗粒处于临界状态; T - F < 0 时, 坡面颗粒处于稳定状态。

令  $S(\tau - \tau_c) = T - F$ , 对于球形颗粒, 取  $S = \pi d^2/4$  由式(17)、(18)可求出基于坡面滑动模式下, 颗粒抗侵蚀能力:

$$\tau_c = \frac{2}{3} d(\gamma_s - \gamma_w) \cdot (\tan\varphi - \tan\theta) \cos\theta_0 \tag{19}$$

当有效切应力  $\Delta_{\epsilon} = 0$  时, 即:

$$\Delta \tau = \gamma_w h \sin \theta = \frac{2}{3} d(\gamma_s - \gamma_w) \cdot (\tan \varphi - \tan \theta) \cos \theta \ge 0_{\circ}$$

(20)

坡面颗粒开始起动,由此可知,直径为 d 的某一颗粒起动的临界水深条件为:

$$h = \frac{2}{3}d(\frac{\tau_s}{\gamma_-} - 1) \cdot (\tan\varphi - \tan\theta)\cot\theta_\circ$$
 (21)

文献[20]在研究坡面非均匀砂起动问题时指出,确定非均匀砂起动最大粒径是判别泥沙起动的方法之一,文献[21]考虑了颗粒暴露度的影响,提出了坡面泥沙起动的等效粒径:  $d^* = d(1 + \zeta \frac{d_{50}}{d})$ ,其中, $d^*$ 为直径为d的颗粒起动时的等效粒径, $d_{50}$ 为平均粒径, $\zeta$ 为相对隐暴系数,取值为 $d_{50}$ 0~1。将 $d^*$ 带入式(22)并替换d,可求得直径为d的颗粒起动时的临界水深。

文献[20-21]虽然考虑了颗粒暴露度的影响,并提出了等效粒径的概念,但只是对于坡面某一单颗粒而言的。坡面侵蚀是一个连续的、复杂的动态过程,在现阶段,无法完全清楚侵蚀机理的情况下,用一些简化的模式描述这一性质是可行的。因此,我们假定,坡面侵蚀是以小于某一粒径颗粒缺失时开始的。朱平一、康志成等[18] 在研究泥石流堆积时,发现坡面细粒物质随着时间的推移,细粒物质逐渐减少,堆积物细粒物质的流失与沉积物最大孔隙比密切相关,细粒物可能流失的平均粒径  $D_{cp}$ 等于空隙直径,即  $D_{cp}=d_{50}$ (1.74 $N_x$ -0.099),由于粗颗粒对孔隙度的形成没有贡献,因此,式中  $d_{50}$ 取小于 2 mm 颗粒的平均粒径, $N_x$ 为孔隙度。

实际上,就坡面侵蚀而言,洪水消退过程和坡面侵蚀有很多相似之处,首先,沉积与侵蚀是一个关联的逆过程;其次,洪水消退末期,坡面水流呈散流状,流速较小,能够侵蚀搬运的颗粒较小,与坡面侵蚀初期有相似性;最后,对于大型洪积扇侵蚀而言,实际上是对历史洪积物的改造过程,先期洪积物沉积过程、堆积结构直接影响着后期的侵蚀过程。因此,可以认为坡面开始侵蚀是以搬运粒径为 $D_{cp}$ 的颗粒为临界条件的,由式(21)可知,降雨条件下,坡面产生侵蚀的临界条件为:

$$h = \frac{2}{3} D_{cp} \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right) \cdot (\tan \varphi - \tan \theta) \cot \theta_{\circ}$$
 (22)

即当坡面水深大于 h 时,坡面侵蚀发生。式 (22)中,不仅考虑了坡度、土体内摩擦角的影响,还考虑了坡面孔隙度的影响,使得结果更合理。

本质上,颗粒能否起动的关键是颗粒抗侵蚀能力与坡面水流侵蚀能力的相关关系,令  $\Delta_{\tau} = \tau - \tau_{\tau} = 0$ ,由式(20),坡面侵蚀颗粒直径为:

$$d = \frac{3h\sin\theta}{2(\tan\varphi - \tan\theta)\cos\theta^{\circ}}$$
 (23)

水深也是坡度的函数,将式(10)带入式(23),即:

$$d = \frac{\sin^{13/16}\theta}{(\tan\varphi - \tan\theta)\cos\theta} K_{1} \, . \tag{24}$$

 $K_1$ 只与n、I、f、 $\alpha$ 、l、L 的函数,反映了雨强、细沟几何形态,土粒特性相关性质, $K_1$ 随着流量、沟壁坡度的增大而增大。

$$\frac{2^{1/4} [nq \tan \alpha]^{3/8}}{\cos^{1/4} \alpha \frac{2d}{3} (\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1)} = K_{10}$$
 (25)

由式(24),点绘出不同内摩擦角条件下, $d/K_1$ 与坡度 $\theta$ 的关系,如图 3 所示, $d/K_1$ 随着坡度的增大而增大,随着内摩擦角的增大而减小。当  $K_1$ 不变时,坡面细沟水流可搬运土粒直径随着坡面坡度、沟壁坡度以及细沟流量的增大而增大,随着内摩擦角增大而迅速减小。

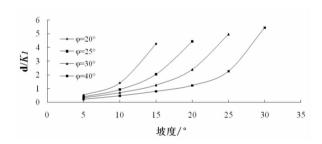


图 3 d/K<sub>1</sub>与坡度和内摩擦角的变化关系

#### 3.2 土块的起动

随着降雨强度的增大,坡面水流冲刷能力加强,细沟间侵蚀逐渐向细沟侵蚀转化,转化过程中,出现大量跌穴,跌穴的出现标志着细沟侵蚀的开始<sup>[4]</sup>,郑粉丽等<sup>[1]</sup>认为,跌穴的开始是由于坡面水流冲刷能力足以冲刷起坡面土块和土团粒,为了确定土块起动的临界条件,建立如下侵蚀力学模型。

假定坡面沟床上有一高为a,底面积为S的土柱(见图2),容重为 $\gamma$ ,那么,在水深为h时,沿着坡面向下有水流剪切力和有效重力向下的分力T,沿着坡面向上受到水压力和重力作用造成的抗侵蚀力F,其中:

$$T = S \cdot \tau + \gamma a S \sin \theta; \tag{26}$$

$$F = S \cdot (\gamma a \cos\theta + \gamma_w h) \tan\varphi + cS_{\circ}$$
 (27)

令  $S(\tau - \tau_c) = T - F$ ,可确定土柱的抗侵蚀能力为:

$$\tau_c = (\gamma a \cos\theta + \gamma_w h) \tan\varphi + c - \gamma a \sin\theta_\circ \tag{28}$$

则有效切应力:

$$\Delta_{\tau} = \gamma_w h \sin \theta - [(\gamma a \cos \theta + \gamma_w h) \tan \varphi + c - \gamma a \sin \theta]_{\circ}$$
(29)
$$\underline{4} \Delta_{\tau} = 0 \text{ 时,侵蚀土柱的高度为:}$$

$$a = \frac{\gamma_w h(\tan\varphi - \sin\theta) + c}{\gamma(\sin\theta - \cos\theta\tan\varphi)}$$
(30)

#### 3.3 侵蚀速率与临界坡度

坡面侵蚀率不仅与有效切应力有关,还与坡面流速密切相关,由式(1)、(11)可知,坡面侵蚀率可表示为:

$$D_{r} \propto \frac{(\tau - \tau_{c})}{\gamma_{w}h} [\sin\theta]^{3/8}. \tag{31}$$

为了分析坡面侵蚀率随坡度的变化情况,将式(29)带入式(31),引入系数K,并改写成以下形式:

$$\begin{split} &\frac{D_r}{K} = \frac{(\tau - \tau_c)}{\gamma_w h} \left[ \sin \theta \right]^{3/8} \\ &\left[ \left[ 1 + \frac{\gamma}{\gamma_w} \cdot \frac{a}{h} \right] \sin \theta - \tan \varphi \left[ \frac{\gamma}{\gamma_w} \cdot \frac{a}{h} \cos \theta + 1 \right] - \frac{c}{\gamma_w h} \right] \left[ \sin \theta \right]^{3/8} \end{split} \tag{32}$$

不考虑粘聚力的影响时,可取 $\frac{c}{\gamma_u h}$ =0, 取 a/h=0.2, 点绘出不同内摩擦角条件下  $D_r/K$  与坡度  $\theta$  的 关系,如图 4 所示,由此可以得出以下几点结论。

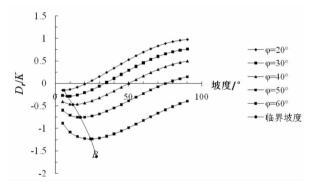


图 4 D<sub>r</sub>/K 与坡度和内摩擦角的关系

- (1) $D_r/K$ 随着内摩擦角的增大而减小,当 $\varphi \ge 55$ °时, $D_r/K$ 完全小于零。说明随着内摩擦加的增大,坡面抗侵蚀能力逐渐增强,当 $\varphi \ge 55$ °时,坡面不会产生侵蚀。
- (2)当 $D_r/K \ge 0$ 时, $D_r/K$ 随着坡度的增大逐渐增大,说明坡面侵蚀能力随着坡度的增大而增大。
- (3)当  $D_r/K \le 0$  时, $D_r/K$  随着坡度的增大先减小后增大,存在一最小值,说明坡面抗侵蚀能力随着坡度的增大先增大后减小,且存在一个临界坡度  $\theta_m$ ,当坡度大于或者小于临界坡度时,坡面抗侵蚀能力逐渐减小。

式(32)对 $\theta$ 求导:

$$\frac{\mathrm{d}D_r}{\mathrm{d}\theta} = \frac{11}{8} \left( 1 + \frac{\gamma}{\gamma_w} \cdot \frac{a}{h} \right) \\ -\frac{\gamma}{\gamma_w} \cdot \frac{a}{h} \tan\varphi \left( \frac{3}{8} \cot\theta - \tan\varphi \right) - \frac{3}{8} \frac{\tan\varphi}{\sin\theta}$$
(33)

 $\label{eq:delta_model} \diamondsuit \; \mathrm{d}D_r/\mathrm{d}\theta = 0 \,, \;\; \mbox{$M$} \;\; \theta_m = F \; \left( \; \gamma/\gamma_w \,, \;\; a/h \,, \;\; \varphi \; \right) \,,$ 

由此可见,临界坡度  $\theta_m$ 与 a/h、土体容重以及内摩擦角有关。取  $\gamma=18\,$  kN/cm³,a/h=0.1、0.2、0.3 时,临界坡度随内摩擦角变化如图 5 所示,临界坡度一般在  $7^\circ\sim24^\circ$ 之间,当  $\varphi<40^\circ$ 时,临界坡度不随 a/h 的变化而变化,当  $\varphi>40^\circ$ 时,临界坡度随着 a/h 的增大而减小,且变化不大。内摩擦角对临界坡度的影响较为显著,随着内摩擦角的增大而增大。

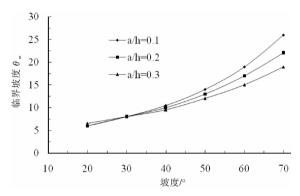


图 5 临界坡度与内摩擦角的变化关系

图 4 反映了考虑流速作用时, 侵蚀速率随坡度 的变化关系,此时,坡面存在一个临界坡度,当 坡度大于或小于临界坡度  $\theta_m$ 时,坡面抗侵蚀能力 均减小,这种情况与实际情况误差较大。实际上, 坡度越小, 坡面抗侵蚀能力越强, 就地貌过程来 看,坡面总是由陡变缓,最后发育成近水平坡面 的。产生这种误差的原因在于: 当坡度较大时, 流速对侵蚀速率的影响显著,因此,采用 $D_c = K$  $(\tau - \tau_c)v$ 模型是合理的。当坡度很小时,坡度对 流速的影响几乎可以忽略,但图4中,仍旧采用了  $D_r = K(\tau - \tau_c)v$ 模型,考虑了流速对侵蚀速率的影 响,显然是不合理的。为了考虑实际情况,本文 认为: 坡度大于临界坡度时, 坡面流速对坡面侵 蚀的影响不可忽略,即在图 4 A - B 线右侧,采用  $D_{c2} = K(\tau - \tau_{c})v$ 模型,在A-B线左侧,应忽略或 减弱流速对侵蚀作用的影响,因此采用  $D_{ij} = [K(\tau)]$  $-\tau_{c}$ )v]/ $v_{m}$ ]模型,其中 $v_{m}$ 为临界坡度时的流速, 该模型减小了流速对坡面抗侵蚀能力的影响。经 优化后,点绘出 D\_/K 随坡度的变化趋势,如图 6

所示,图 6 中,当坡度大于临界坡度  $\theta_m$ 时,坡面抗侵蚀能力迅速减小,当坡度小于临界坡度  $\theta_m$ 时,坡面抗侵蚀能力迅速增大,当  $D_r/K > 0$  时,坡面不稳定,在降雨激发作用下,坡面以塌滑的方式处于强烈改造阶段,与实际情况相符(图 7)。据此,根据坡面侵蚀速率、侵蚀方式和临界坡度将坡面侵蚀划分为三个区(见表 1),从力学角度揭示了侵蚀坡面演化过程中的一些现象。

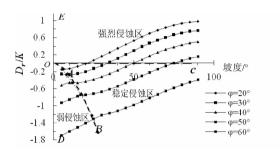


图 6 侵蚀速率优化模型

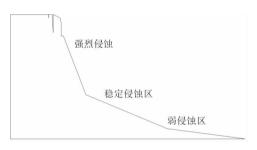


图 7 侵蚀坡面演化示意图

## 4 结论

本文在分析坡面侵蚀影响因素的基础上,建 立了降雨条件下细沟侵蚀模型,得出了以下结论。

- (1)降雨条件下,细沟主要起汇水作用,细沟水深h、水流流速均是流量q和坡度  $\sin\theta$  的幂函数。水深随着流量、沟壁坡度的增大而增大,随着坡面坡度的增大而减小,而流速均随着流量和坡度的增大而增大。
- (2)细沟水流侵蚀能力不仅与降雨情况、土壤 入渗、坡度、坡长有关,还与沟壁坡度有关。随

表 1 坡面侵蚀强度划分依据

坡面分区(图7) D <sub>r</sub> /K(图6)		坡度	说明
强烈侵蚀区	$D_r/K > 0$ $(E - O - C \boxtimes)$	$\theta \! \geqslant \! arphi$	土体自稳性差,重力作用影响较为明显,坡面以塌滑为主
稳定侵蚀区	$D_{r}/K \leq 0$ $(C - O - B \boxtimes)$	$\theta_{\scriptscriptstyle m}\!\leqslant\!\theta\!\leqslant\!\varphi$	虽然 $D_r/K \le 0$ ,按理论分析,坡面不会产生侵蚀,但大量事实证明,在该区,坡面水力侵蚀也是极为强烈的,实际上, $D_r/K \le 0$ 是因为水流切应力忽略了动水压力,该区以面蚀 – 沟蚀为主,侵蚀速率较为稳定,随着坡度的增大,侵蚀速率线性增加
弱侵蚀区	$D_r/K < 0$ $(B - O - D \boxtimes)$	$\theta_{\scriptscriptstyle m}\!\leqslant\!\theta$	坡面抗侵蚀能力迅速增大,坡面侵蚀微弱,以坡面土壤粗化的方式 侵蚀

着雨强、沟壁坡度、坡面坡度、坡长的增大,侵 蚀能力逐渐增大。

- (4)坡面侵蚀的临界条件是坡面水深,当坡面 汇水深度大于临界水深时,坡面开始侵蚀,坡面 临界水深与土体内摩擦角、土体孔隙性密切相关。 坡面流可搬运土粒的直径随着坡面坡度、沟壁坡 度以及细沟流量的增大而增大,随着内摩擦角增 大而迅速减小。
- (5)当侵蚀速率  $D_r/K \ge 0$  时,坡面侵蚀能力随着坡度的增大而增大;当  $D_r/K \le 0$  时,坡面抗侵蚀能力随着坡度的增大先增大后减小,且存在一个临界坡度  $\theta_m$ ,当坡度大于该坡度时,坡面抗侵蚀能力迅速减小,当坡度小于该坡度时,坡面抗侵蚀能力迅速增大。临界坡度一般在  $7^\circ \sim 24^\circ$ 之间,受内摩擦角的影响显著,随着内摩擦角的增大而增大。
- (6)根据坡面侵蚀速率、侵蚀方式和临界坡度 将坡面划分为强侵蚀区、稳定侵蚀区和弱侵蚀区, 从力学角度揭示了侵蚀坡面演化过程中的一些 现象。

### 参考文献:

- [1] 郑粉莉. 黄土区坡耕地细沟间侵蚀和细沟侵蚀的研究[J]. 土 壤学报,1998,35(1):95-103.
- [2] 吴普特, 汪有科, 冯浩, 等. 21 世纪中国水土保持科学的创新与发展[J]. 中国水土保持科学, 2003, 1(2): 84-87.
- [3] Auerswald. K., P. Fiener, R, Dikau. Rates of Sheet and Rill Erosion in Germany - A meta Analysis [J]. Geomorphology, 2009, 111; 183-192.
- [4] 胡世雄, 靳长兴. 坡面流与坡面侵蚀动力过程研究的最新进展[J]. 地理研究, 1998, 17(7); 326-333.
- [5] Merritt E. The identification of four stages during micor rill de-

- velopment[J]. Earth Surface Processes and Landforms, 1984, 19: 493-496.
- [6] 王秀英,曹文洪. 坡面土壤侵蚀产沙机理及数学模拟研究综 述[J]. 土壤侵蚀与水土保持学报,1999,5(3):87-92.
- [7] 李君兰,蔡强国,孙莉英,等.细沟侵蚀影响因素和临界条件研究进展[J].地理科学进展,2010,19(11):1319-1325.
- [8] 刘俊体,孙莉英,张学培,等. 黄土坡面细沟侵蚀发育阶段的 影响因素及其效应分析[J]. 水土保持学报,2013,27(4): 53-57.
- [9] 吴永,何思明,沈均.坡面颗粒侵蚀的水力学机理[J].长江 科学院院报,2009,26(8):6-9.
- [10] 张永东,吴淑芳,冯浩,等. 黄土陡坡细沟侵蚀动态发育过程及其发生临界动力条件试验研究[J]. 泥沙研究,2013,(2):25-32.
- [11] White C.M. Equilibrium of Grains on Bed of Stream, Proc. [J]. Royal Soc. London, Set. A, 1940(174): 322 – 334.
- [12] 刘青泉, 陈力, 李家春. 坡度对坡面土壤侵蚀的影响分析 [J]. 应用数学和力学, 2001, 22(5): 449-457.
- [13] 倪晋仁, 韩鹏, 张剑. 基于自组织理论的黄土坡面细沟发育特征分析[J]. 水力学报, 2002, 22(5): 5-9.
- [14] 郑子成, 吴发启, 何淑勤, 等. 片蚀与细沟间侵蚀过程中地 表微地形的变化[J]. 土壤学报, 2011, 22(5): 5-9.
- [15] 高民欢,李辉,张新宇,等. 高等级公路边坡冲刷理论与边坡防护技术[M]. 北京:人民交通出版社,2005.
- [16] 汤立群, 陈国祥. 小流域产沙动力学模型[J]. 水动力学研究与进展, 1997, 12(2): 164-174.
- [17] 于朋, 雷孝章, 陈平安, 等. 坡面流水力学特性研究的进展 [J]. 四川水利, 2009 (4): 40-43.
- [18] 康志成, 李焯芬, 马蔼乃, 等. 中国泥石流研究[M]. 北京: 科学出版社, 2004. 59-93.
- [19] 陈希哲. 粗粒土的强度与咬合力实验研究[J]. 工程力学, 1994, 11(4): 56-62.
- [20] 何文社,曹叔尤,袁杰,等. 斜坡上非均匀沙起动条件初探 [J]. 水力发电学报,2004,23(4):78-81.
- [21] 何文社,杨具瑞,方铎,等. 泥沙颗粒暴露度与等效粒径研究 [J]. 水利学报,2002,11(4):45-49.

# Research of Rill Erosion Model and Critical Slope Gradient during Rainfall

Li Junpeng<sup>1</sup>, Dong Weiguo<sup>2</sup>, Meng Huifang<sup>1</sup> and Jia Mengxue<sup>1</sup>

- (1. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China, Ministry of Education, Lanzhou 730000, China;
  - 2. Seismological Bureau of Jiangsu Province, Nanjin 210014, China)

Abstract: We analyze the effective factors of slope erosion and establishes slope rill erosion model during rainfall, by using hydraulics calculation formula. It gets the critical water depth conditions of slope erosion after analyzing the incipient motion of loose granular and clod on the slope. After the discussion of the influence factors of erosion rate, we draw conclusions that slope erosion ability improves with increasing of slope gradient when it is greater than zero. And if it is less than zero, that anti-erosion ability improves firstly, and decreases afterwards. There is a critical slope gradient ( $\theta_m$ ) from 7° to 24°, influenced by internal friction angle significantly, increasing with increasing of internal friction angle. We can divide slope into three stages with the intensities of strong erosion, stable erosion, and weak erosion, according to erosion rate, erosion pattern and critical slope gradient. Meanwhile, it explains the phenomenon of slope evolution from the viewpoint of mechanics.

Key words: rill erosion; erosion rate; critical slope gradient