

石梁宏, 李双洋, 廖滢. 冻土随机性研究现状及展望[J]. 灾害学, 2018, 33(S1): 57–63. [SHI Lianghong, LI Shuangyang and LIAO Ying. The Present Situation and Prospect of the Study on the Randomness of Permafrost[J]. Journal of Catastrophology, 2018, 33(S1): 57–63. doi: 10.3969/j.issn.1000-811X.2018.Z1.010.]

冻土随机性研究现状及展望^{*}

石梁宏^{1,2}, 李双洋¹, 廖滢³

(1. 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 甘肃 兰州 730000; 2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 中交一航局第三工程有限公司, 辽宁 大连 116001)

摘要: 基于国内外近些年对土体随机性问题所取得的研究成果, 分别从影响冻土随机性的内外因素、冻土参数的概率分布规律和随机场计算模型等几个方面总结了随机性的研究现状及进展, 取得了如下认识: (1) 由于内外因素的影响, 冻土物理力学参数、水分场参数等均存在很强的变异性; (2) 分析总结了随机变量的概率函数推断方法, 相比而言, 正态信息扩散法能够有效地描述随机变量的波动性; (3) 总结了随机性描述方法, 发现随机场方法不仅能考虑随机变量的空间性, 而且具有较好的应用前景; (4) 总结分析了冻土随机场的计算方法, 其中, 随机有限元法能够充分考虑材料参数的随机性, 具有较好的应用前景。基于以上对冻土中随机性研究现状的认识, 笔者认为今后还需展开更深入的研究: 对冻土中涉及的参数分布规律进行充分的研究; 对冻土冰水相变过程中的随机过程进行深入分析; 开展冻土水、热、力及水、热、力、盐等多耦合场、多尺度随机场的研究。

关键词: 冻土; 随机性; 概率推断方法; 影响因素; 计算模型; 研究进展

中图分类号: X43; P642 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-811X(2018)S1-0057-07

doi: 10.3969/j.issn.1000-811X.2018.Z1.010

冻土是 0℃ 以下且含有冰的岩土体。在中国, 冻土面积占到国土总面积的 70% 以上。随着国家经济的不断发展和“一带一路”国家战略的推进, 一系列重大工程在冻土地区不断修建。冻土作为一种特殊土体, 其不但具有一般岩土体的空隙、裂隙结构, 而且受到外界温度等因素的影响, 冻土中会发生冰-水相变作用, 进一步可能造成岩土体原有性质的改变, 严重情况下引起冻胀、融沉等地质灾害, 是目前亟待解决的工程问题^[1]。

目前, 对冻土的研究主要依靠试验和数值模拟手段, 不少学者忽略随机因素, 对冻土区工程中的温度、水分分布及变形等进行了研究^[2-4], 但在实际工程中, 由于内外因素的随机扰动影响, 冻土的物理力学参数呈现出很强的随机性和不确定性。

冻土的内部因素决定了其性质存在随机性。冻土主要由固体矿物颗粒、水、冰和空气等组成, 其中, 作为组成冻土结构的主体, 冻土颗粒的形状、矿物成分等具有显著差异性; 冻土中的冰晶体晶粒的结晶方式和形状各不相同; 此外, 受到孔隙结构、土质性质等因素的影响, 冻土中的未冻水和气体含量也存在较大差异性^[5]。另一方面, 外部因素作用也导致了冻土中的不确定性。例如, 由于外载、外界温度、水分的随机性和人类活动等随机作用, 冻

土中的未冻水含量、含冰量发生显著改变, 土体的密度、孔隙率、界限含水率等也随之改变, 进一步引起冻土结构的变化, 造成了冻土中不同空间点的强度参数、热交换参数等存在差异性^[5]。

由此, 由于内、外因素的影响, 冻土的物理力学性质存在显著随机性, 在冻土地区工程冻害问题研究中应充分考虑随机因素。本文总结了当前国内外学者关于冻土及岩土工程中参数随机性的研究进展, 并提出了对今后冻土中随机性问题研究的构想与展望, 以期对冻土工程的可靠度分析以及冻土地区地质灾害的分析和预测提供参考依据。

1 冻土中的随机性参数及概率推断方法

冻土中存在复杂的水热力相互耦合作用过程^[11], 涉及的参数包括土体热学参数、力学参数及水分参数等, 通过分析其性质指标的随机特征, 可对随机性展开研究。对于样本随机特征的描述通常采用一定的概率推断方法, 目前常用的概率推断方法有^[6]: 经典概率分布函数、多项式拟合法、最大熵法、正态信息扩散法等, 关于各种概

^{*} 收稿日期: 2018-03-15 修回日期: 2018-07-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41672315, 41230630); 中国科学院前沿科学重点研究项目(QYZDY-SSW-DQC015); 中国科学院“西部之光”项目(李双洋); 中国科学院青年创新促进会(李双洋); 冻土工程国家重点实验室自主研究课题

第一作者简介: 石梁宏(1995-), 男, 甘肃临洮人, 硕士研究生。主要从事寒区岩土与隧道工程数值分析方面的研究。

E-mail: shilh@lzb.ac.cn

通信作者: 李双洋(1980-), 男, 甘肃静宁人, 博士, 副研究员, 主要从事寒区岩土与隧道工程数值分析方面的研究。

E-mail: lisy@lzb.ac.cn

率推断方法的基本原理及优缺点可参见表 1，表 2 概率分布推断研究进展。
列举了目前岩土中随机参数的影响因素及对应的

表 1 随机变量概率分布的推断方法

推断方法	基本原理	优缺点	参考文献
经典概率分布	假设随机变量服从某种经典概率分布，并采用假设检验进行验证	计算简单，能够描述随机变量整体的数字特征，但一般都是单峰型函数，无法描述随机变量的波动性	[6]
多项式法	采用最佳平方逼近原理，假设近似函数作为随机变量的概率密度函数	能够达到要求精度，但计算较为复杂，存在函数值小于零的情况	[7]
最大熵法	采用最大熵原理，使样本熵在已知约束条件下达到最大值时，所对应的最大熵分布即为概率分布函数	能够达到较高的拟合精度，并且能够描述样本的波动状态，但计算较为复杂	[8]
正态信息扩散法	采用正态信息扩散原理，将总体密度的扩散估计作为概率密度函数	能够达到较大精度，并且能够描述样本的波动性	[9] [10]

表 2 岩土参数随机性的影响因素及概率分布推断

参数	指标	随机性的影响因素	服从分布	参考文献
热物理参数	导热系数		正态分布	
	容积热容量	孔隙率、空隙率、结构不规则性、含冰量、温度	正态分布	[12 – 15]
	热扩散系数		正态分布	
力学参数	抗剪强度		对数正态分布	
	粘聚力		正态分布、对数正态分布	
	内摩擦角		正态分布	
	弹性模量		正态分布	
	抗拉强度	岩土层布局不均、体积分数、孔隙率、空隙率、含冰量、含水量、温度	极值型曲线函数、威布尔分布	[16 – 24]
	抗压强度		极值型曲线函数、多项式函数、威布尔分布	
	泊松比		指数分布	
	压缩系数		正态信息扩散函数	
水分场参数	导水系数		正态分布、对数正态分布	
	压缩系数		对数正态分布	
	孔隙度	水质、土质、温度、	正态分布	[25 – 33]
	渗透系数		对数正态分布	
	水力坡度		正态分布	

此外，由于冻土的复杂性，多种参数之间还存在相关性，同时，由于含有冰晶体，冻土中存在冰水相变作用，在冰水相变作用下，冻土中的参数随机性更强，因此后续应开展相关方面的研究。

2 冻土参数随机性的描述方法

采用概率分布函数对随机特征进行描述后，依据随机特征，可采取一定的方法对冻土体的随机性进行分析，目前，随机性的描述方法包括：随机变量法、地质统计资料法、随机场方法。

2.1 随机变量法

随机变量表示随机试验结果的单值实函数。对于岩土参数，其随机性可看做单个空间点上的

随机变量，因此可用随机变量法描述冻土参数的随机性。Lumb^[34–35,38]首次提出了土体参数的随机变量法。Comell^[36]和 Wu^[37]研究认为土性参数应考虑空间上的随机性。随机变量法考虑了参数的随机性，但是，无法描述土性参数在空间上的相关性，因此其应用具有一定的局限。

2.2 地质统计方法

地质统计法是在考虑地质变量随机性和结构性的条件下进行统计分析的方法。地质统计法不仅能够考虑样本值的大小程度，而且充分考虑样本的空间位置和空间相关度。Soulie^[39]采用地质统计理论对土体不排水抗剪强度的变异性进行了研究，验证了地质统计方法的可行性，张征将岩土参数的随机性和结构性作为区域化变量，提出了

描述岩土参数空间结构性的模型^[40]; 胡小荣在地质统计法的基础上, 提出了应用条件模拟法, 此方法可更加准确地反映岩土参数随机场的离散性^[41]。

2.3 随机场方法

随机场方法考虑了土性参数的空间自相关性和互相关性。空间相关性是指土性参数与所处的空间位置紧密相关, 土层中任意两点的特性参数存在着相关度, 随着两点距离的增加, 这种相关性会逐渐减弱。Vanmarcke^[42]提出了用齐次正态随机场描述土性参数的空间变异性, 并采用相关距离对土性参数的相关程度进行描述。随机场理论充分考虑随机变量的变异性及空间特性, 是目前公认的较为有效描述岩土随机性的方法。

3 冻土随机场计算模型

目前, 通常将冻土看作随机场进行分析和研究。冻土中的随机场计算包括随机温度场、随机水分场和随机应力场, 鉴于当前研究主要居于随机温度场方面, 本文通过详细总结随机温度场计算模型, 以期对整个冻土随机场计算方法进行说明, 其他随机场的计算可参考随机温度场理论进行类比推导。随机场计算方法主要有: 脉冲响应法、谱密度法、有限元谱分析方法和随机有限元法。

3.1 脉冲响应法

脉冲响应法是一种针对特殊结构的求解方法, 主要利用自相关函数反映环境因素的非平稳效应。脉冲响应法无法考虑材料参数的随机性, 此外, 对于复杂结构, 其脉冲函数不易求解, 因此应用具有一定的局限性^[43]。结构随机场的脉冲响应函数表达式为:

$$h = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H e^{i\omega t} d\omega \quad (1)$$

式中: H 为复频响应函数。

3.2 谱密度法

谱密度法的理论依据是功率谱密度理论, Heller 对周期平稳环境温度影响下的一维散热问题进行了求解^[44,45]。谱密度法可以对特殊结构进行求解, 但由于一般的冻土工程结构复杂, 其随机场的表达式不易求出, 因此谱密度法的应用也具有一定的局限性。

3.3 有限元谱方法

有限元谱方法是假设环境因素为若干周期平

稳过程的叠加, 通过有限元方法离散, 并计算节点的复频响应函数, 进一步可求出节点特性^[46,47]。由于有限元谱方法仍不能考虑材料参数的随机性, 因此应用范围也具有较大的局限。

前三种方法无法考虑材料参数的随机性, 并且不易计算求解复杂结构, 因此在冻土随机场计算的应用中较为局限。

3.4 随机有限元法

冻土由于其特殊性, 必须充分考虑材料参数随机性对其温度场、水分场、变形场产生的影响。随着计算机的推广, 随机有限元法逐渐形成与发展, 随机有限元法能够充分考虑材料参数的随机性, 其整体性较好, 并且能够适应复杂的几何形状和边界条件, 广泛应用于连续介质和场问题的求解中。目前冻土中随机有限元计算方法主要有: 摄动随机有限元法、Taylor 展开随机有限元法、Monte - Carlo 随机有限元法, 本文重点对随机有限元的计算方法及过程进行总结分析。鉴于目前冻土中随机场的研究主要在随机温度场方面, 本文重点以随机温度场为例, 对随机场计算方法理论进行分析总结, 对于随机水分场和随机应力场及其他耦合随机场计算方法, 可作为今后的研究课题。

3.4.1 温度场模型

对于平面瞬态导热微分方程可表示为:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2)$$

边界条件:

第一类边界条件: 给定研究对象边界的温度变化函数

$$\Gamma_1: T|_r = T_f(x, y, z, t) \quad (3)$$

第二类边界条件: 给定研究对象边界的热流密度变化函数

$$\Gamma_2: -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = q_w(x, y, z, t) \quad (4)$$

第三类边界条件: 给定研究对象边界的表面换热系数及外界温度

$$\Gamma_3: -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = h(T - T_f) \quad (5)$$

式中: C 为容积热容量, λ 为导热系数, q_w 为边界热流密度, h 为对流换热系数, T_f 为外界温度。

3.4.2 Taylor 展开随机有限元法

Taylor 展开随机有限元法是将计算模型中的随机变量在其均值点处进行 Taylor 级数的一阶或二阶展开, 将展开式中的一阶及一阶以上部分作为扰动因素。Cambou 将一次二阶矩与有限元法相结合,

形成了 Taylor 展开随机有限元的基本思想^[48], 随后, 国外学者逐渐将其应用于岩土结构的不确定性分析中^[49,50,51], 在随机温度场分析中, 祁长青等考虑冻土热交换系数和温度边界的随机性^[52], 对冻土路基的随机温度场进行了求解。

Taylor 展开有限元法求解随机温度场基本思路: 首先将温度函数在随机变量的均值处进行一阶泰勒展开:

$$T = \bar{T} + \left. \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right|_{\bar{\lambda}} \varepsilon_1 + \left. \frac{\partial T}{\partial C} \right|_{\bar{C}} \varepsilon_2 + \left. \frac{\partial T}{\partial T_f} \right|_{\bar{T}_f} \varepsilon_3 + \dots \quad (6)$$

其中, $\bar{X} = (\bar{\lambda}, \bar{C}, \bar{T}_f, \dots)$ 。记:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right|_{(\bar{\lambda}, \bar{C}, \bar{T}_f, \dots)} &= \varphi_1; \\ \left. \frac{\partial T}{\partial C} \right|_{(\bar{\lambda}, \bar{C}, \bar{T}_f, \dots)} &= \varphi_2; \\ \left. \frac{\partial T}{\partial T_f} \right|_{(\bar{\lambda}, \bar{C}, \bar{T}_f, \dots)} &= \varphi_3. \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)代入温度场方程式(2)并联立边界条件, 比较相同项系数得到关于 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots$ 的计算矩阵方程:

$$\bar{K}\bar{T} + \bar{N} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \bar{P}; \quad (8)$$

$$\bar{K}\varphi_1 + \bar{K}'\bar{T} + \bar{N} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \bar{P}_1; \quad (9)$$

$$\bar{K}\varphi_2 + \bar{N}'\bar{T} + \bar{N} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = \bar{P}_2. \quad (10)$$

利用式(8)~式(10), 求出 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots$ 后, 温度场均值计算式为:

$$E(T) = \bar{T} + \varphi_1 \varepsilon_1 + \varphi_2 \varepsilon_2 + \varphi_3 \varepsilon_3 + \dots \quad (11)$$

温度场方差计算式为:

$$Var(T) = \varphi_1^2 \sigma_{\lambda}^2 + \varphi_2^2 \sigma_C^2 + \varphi_3^2 \sigma_{T_f}^2 + \dots \quad (12)$$

Taylor 随机有限元法在考虑较少随机因素时易于编程, 并且能够达到较高的计算精度和计算效率, 但要求随机量的波动范围较小, 因此计算具有一定的局限性。

3.4.3 摄动随机有限元法

摄动方法的主要思想是假设随机变量在均值点附近发生微小摄动, 利用 Taylor 级数展开把随机变量表示为确定性部分和摄动部分, 然后将展开的随机变量表达式代入控制方程进行数学变换和求解。

随机参数展开为摄动形式:

$$Y = \bar{Y} + \gamma \sum_{r=1}^R \left(\frac{\partial Y}{\partial b_r} \right)_{\bar{b}_r} \Delta b_r. \quad (13)$$

其中: Y 为随机参数, b_r 为随机变量, $-$ 表示均值, $\gamma \Delta b_r$ 为随机变量 b_r 的一阶变量。

摄动随机有限元法起初用于分析结构应力和位移的随机性^[53], 随后 Liu W. K. 等应用特征正交化方法, 提高了摄动随机有限元法的计算效率^[54]; Andrzej 通过对温度场有限元公式进行直接微小摄动, 得到了随机温度场的有限元计算公式^[55], 该方法计算简单, 但没有考虑外界随机因素; 刘宁根据平均理论对随机有限元公式进行推导, 并依据材料参数的概率函数, 分析了外界环境随机性对结构温度场产生的影响^[56]; Hien 和 Kleiber 在建立温度场泛函的基础上, 利用摄动法推导了随机温度场的有限元计算公式^[57-58]; 徐建平发现随机摄动有限元法在解决边坡可靠度的问题中十分有效^[59]; 刘志强利用摄动技术并考虑热力学参数及边界条件的不确定性, 分析了冻土路基随机温度场^[60]。

摄动法求解随机温度场的基本原理: 首先假定一系列与温度场有关的随机参数, 比如容积热容量 C , 导热系数 λ , 边界热流密度 q_w , 边界温度 T_f , 计算温度 T , 将随机参数 C, λ, q_w, T_f, T 等带入摄动方程, 通过比较同次项系数可得随机温度场的零次变分原理和一次变分原理。

零次变分原理:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left\{ \bar{C} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \delta T + \bar{\lambda} \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \right\} d\Omega = \\ - \int_{\Gamma_2} \bar{q} \delta T d\Gamma - \int_{\Gamma_3} \bar{\alpha} (\bar{T} - \bar{T}_f) \delta T d\Gamma. \end{aligned} \quad (14)$$

一次变分原理:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \bar{C} \frac{\partial T'}{\partial t} \delta T + \bar{\lambda} \left[\frac{\partial T'}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial T'}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] d\Omega = \\ \int_{\Gamma_3} \bar{a} (T' - T'_f) \delta T d\Gamma - \int_{\Gamma_3} \bar{a}' (\bar{T} - \bar{T}_f) \delta T d\Gamma - \\ \int_{\Omega} \left\{ \bar{\lambda}' \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \right\} d\Omega - \\ \int_{\Gamma_2} \bar{q}' \delta T d\Gamma - \int_{\Omega} \bar{C}' \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \delta T d\Omega. \end{aligned} \quad (15)$$

将温度场离散成 M 个单元, N 个节点:

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^N N_i \bar{T}_i. \quad (16)$$

$$T' = \sum_{i=1}^N N_i T'_i. \quad (17)$$

式中: N_i 为形函数。

将式(16)和式(17)代入式(14)~式(15), 整理可得温度场随机有限元计算方程。

零次方程:

$$\bar{C} \dot{\bar{T}} + \bar{K} \bar{T} = \bar{Q}. \quad (18)$$

一次方程:

$$\bar{C} \dot{T}' + \bar{K} T' = Q' - (\bar{C}', \dot{\bar{T}} + \bar{K}', \bar{T}). \quad (19)$$

利用零次方程和一次方程可计算温度场均值:

$$E(T) = \bar{T} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial X_i \partial X_j} \cdot \text{Cov}(X_i, X_j) \quad (20)$$

温度场方差:

$$\text{Var}(T) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial T}{\partial X_i} \bigg|_{X=\bar{X}} \cdot \frac{\partial T}{\partial X_j} \bigg|_{X=\bar{X}} \cdot \text{Cov}(X_i, X_j) \quad (21)$$

摄动随机有限元法要求摄动量的波动范围较小(一般小于其均值的 20%), 并且随着所选取不确定因素的增加, 计算效率逐渐降低。摄动随机有限元法在考虑少量不确定因素时具有较高的计算精度, 因此, 在考虑较少随机变量进行随机场计算时, 可利用摄动随机有限元法进行求解。实际上, Taylor 展开随机有限元法是摄动随机有限元法的一般化, 两者都是通过 Taylor 级数作为随机变量, 当 Taylor 级数展开为一阶时, Taylor 随机有限元和摄动随机有限元是一致的。

3.4.4 Monte - carlo 随机有限元法

Monte - carlo 随机有限元方法是已知随机变量的概率分布函数以及随机变量之间的相关性函数, 通过随机数生成技术产生足量的随机变量组, 将每一组随机变量作为输入值带入计算模型进行模拟计算, 并利用概率论与数理统计学方法对所得的计算结果进行数值分析, 最终得到计算结构的随机数字特征。Monte - carlo 随机场有限元法计算思想是考虑参数的随机性, 多次生成不同的随机变量组, 并将随机变量组直接带入确定性有限元方程中, 统计多次计算结果即可^[61-64]。其中均值的计算式为:

$$E(T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i \quad (22)$$

方差计算式为

$$\text{Var}(T) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [T_i - E(T)]^2 \quad (23)$$

Monte - carlo 随机有限元法充分考虑了随机因素, 并且对摄动量的波动范围没有严格要求, 对于复杂结构、多随机变量甚是有效, 因此其应用范围更广, 但是, 由于其基本原理是概率与数理统计中的大数定理, 需要随机模拟较多次数才能满足精度要求, 因此其计算可能需要较大的工作量^[65]。

4 结语与展望

本文对冻土中的随机性影响因素、参数随机

性的描述方法进行了总结分析, 并利用随机温度场计算模型对整个随机场有限元计算方法进行了阐释和评价。目前看来, 尽管国内外学者对冻土中的随机性进行了分析研究, 并取得了很大成果, 但仍有一些问题有待进一步研究和分析。为此, 笔者对今后冻土中随机性的研究提出几点构想:

(1) 影响冻土随机性的因素较多, 冻土的物理力学参数均呈现出一定的随机性和相关性, 因此, 后续应开展大量岩土参数随机特征及相关性的研究。

(2) 冻土中由于有冰晶体的存在会发生冰 - 水相变作用, 而目前对于冰 - 水相变过程中参数的变化资料尚不充足, 因此应开展对相变过程中冻土参数随机性的研究。

(3) 目前关于冻土中随机场的研究计算主要针对随机温度场, 然而冻土中的温度场、水分场、应力场相互耦合、相互作用, 因此, 在今后的研究中应逐步展开随机水热耦合、随机水热力耦合的研究和分析, 以期对冻土地区工程的可靠度分析提供更加精准的理论支撑。

参考文献:

- [1] 程国栋, 马巍. 青藏铁路建设中冻土工程问题[J]. 自然杂志, 2015, 28(6): 315 - 320.
- [2] LI Shuangyang, ZHANG Mingyi, PEI Wangsheng, et al. Experimental and numerical simulations on heat - water - mechanics interaction mechanism in freezing soil [J]. Applied Thermal Engineering, 2018, 132: 209 - 220.
- [3] Li Shuangyang, Niu Fujun, Lai Yuanming, et al. Optimal design of thermal insulation layer of a tunnel in permafrost regions based on coupled heat - water simulation[J]. Applied Thermal Engineering, 2017, 110: 1264 - 1273.
- [4] 宋存牛. 冻融过程中土体水热力耦合作用理论和模型研究进展[J]. 冰川冻土, 2010, 32(5): 982 - 988.
- [5] 马巍, 王大雁. 冻土力学[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 1 - 137.
- [6] 宫凤强, 黄天朗, 李夕兵. 岩土参数最优概率分布推断方法及判别准则的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 36(12): 2452 - 2460.
- [7] 苏永华, 何满朝, 孙晓明. 大字样岩土随机参数统计方法[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 117 - 119.
- [8] 邓建, 李夕兵, 古德生. 岩石力学参数概率分布的信息熵推断[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2177 - 2181.
- [9] HUANG F Q. Information diffusion techniques and small - sample problem[J]. International Journal of Information Technology and Decision Making, 2002, 1(2): 229 - 249.
- [10] 宫凤强, 李夕兵, 邓建. 小样本岩土参数概率分布的正态信息扩散法推断[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(12):

- 2549 – 2564.
- [11] 徐敦祖, 王家澄, 张立新. 冻土物理学[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 250 – 281.
- [12] Clauser C, Huenges E. Thermal conductivity of rocks and minerals [C]//Rock physics and phase relations: a handbook of physical constants. Washington, D. C.: American Geophysical Union, 1995.
- [13] 吴晓光. 概率统计在高温冻土热学及力学性质中的应用[M]. 兰州: 兰州大学, 2013: 10 – 23.
- [14] 石梁宏. 冻土热物理性质的统计特征及分布规律研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018(待刊).
- [15] Dariuszdybza, Adrian Rózański, Magdalena Rajczakowska, et al. Random checkerboard based homogenization for estimating effective thermal conductivity of fully saturated soils [J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2017(9): 18 – 28.
- [16] 徐建平, 胡厚田, 张安松, 等. 边坡岩体物理力学参数的统计特征研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(4): 382 – 386.
- [17] LIU yong, XIAO huawen, YAO Kai, et al. Rock – soil slope stability analysis by two – phase random media and finite elements [J]. Geoscience Frontier, 2017: 1 – 7.
- [18] 李小勇, 张瑞婷, 侯晓文, 等. 太原粉质黏土工程性质指标概率特征的分析和研究[J]. 太原理工大学学报, 2000, 31(3): 254 – 258.
- [19] 罗冲, 殷坤龙, 陈丽霞, 等. 万州区滑坡滑带土抗剪强度参数概率分布拟合及优化[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(9): 1588 – 1592.
- [20] 杨凯, 刘东升, 易前应, 等. 重庆市岩石抗剪强度参数统计分析及应用[J]. 后勤工程学院学报, 2008, 24(2): 18 – 21.
- [21] 邓建, 李夕兵, 古德生. 结构可靠度分析的多项式数值逼近法[J]. 计算力学学报, 2002, 19(2): 212 – 216.
- [22] 苏永华, 何满潮, 孙晓明. 大子样岩土参数统计方法[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 117 – 119.
- [23] 朱唤珍, 李夕兵, 宫凤强. 大样本岩土参数概率分布的正态信息扩散推断[J]. 岩土力学, 2015, 36(11): 3275 – 3282.
- [24] 李双洋, 赖远明, 张明义, 等. 高温冻土弹性模量及强度分布规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 4299 – 4305.
- [25] E E Miller, R D Miller. Physical theory for capillary flow phenomena [J]. Journal of Applied Physics, 1956, 27(4): 324 – 332.
- [26] W O Willis. Evaporation from layered soils in the presence of a water table[J]. Soil Science society of America Proceedings. 1960, 24(4): 239 – 242.
- [27] A W Warrick, D O Lomen, S R Yates. A generalized solution to infiltration [J]. British Dental Journal, 1985, 152(3): 34 – 38.
- [28] R Allan Freeze. A stochastic – conceptual analysis of one – dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media [J]. Water Resources Research, 1975, 11(5): 738 – 740.
- [29] 郭建青, 母敏霞, 郑丽萍, 等. 浅层含水层水文地质参数的统计分布与空间相关性[J]. 勘察科学技术, 2004(4): 9 – 16.
- [30] 王洪胜, 张学真. 潜水含水层导水系数空间分布特征的初步分[J]. 地下水, 2005, 27(4): 251 – 253.
- [31] 李少龙, 朱国胜, 定培中, 等. 提防土体渗透系数的概率分布研究[J]. 长江科学院院报, 2009, 26(4): 36 – 39.
- [32] 施小青, 吴吉春, 吴剑锋, 等. 多个相关随机参数的空间变异性对溶质运移的影响[J]. 水利科学进展, 2012, 23(4): 509 – 514.
- [33] Mohammad R. Gohardoust, MortezaSadeghi, MortezaSadeghi, et al. Hydraulic conductivity of stratified unsaturated soils: Effects of random variability and layering [J]. Journal of hydrology, 2017(546): 81 – 89.
- [34] Lumb P. The variability of natural soils [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1966, 3(2): 74 – 97.
- [35] Lumb P. Probability of Failure in Earth Works [C]// Proceedings of the 2nd Southeast Asian Conference on Soil Engineering, Singapore, 1970: 139 – 147.
- [36] Cornell C A. First order uncertainty analysis in soils deformation and stability [C]// Proceedings of the 1st International Conference on Applications of Probability and Statistics in Soil and Structural Engineering, London: Oxford University Press, 1971: 32 – 40.
- [37] Wu T H. Uncertainty safety and decision in soil engineering [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1974, 100(3): 329 – 348.
- [38] Lumb P. Slope failures in Hong Kong [J]. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 1975, 8: 31 – 65.
- [39] Soulie M, Montes P, Silvestri V. Modelling spatial variability of soil parameters [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1990, 27(5): 617 – 630.
- [40] 张征, 刘淑春, 鞠硕华. 岩土参数空间变异性及其评价方法[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(4): 40 – 47.
- [41] 胡小荣, 俞茂宏, 唐春安. 岩土体的非均质性及力学参数额条件模拟赋值[J]. 岩土工程学报, 2002, 21(1): 13 – 17.
- [42] Vanmarcke E. Probabilistic Modeling of Soil Profiles[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1977, 103(11): 1227 – 1246.
- [43] Tsubaki T, Bazant Z P. Random shrinkage stresses in aging viscoelastic vessel [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1982, 108(3): 527 – 545.
- [44] Heller R A. Temperature response of an infinitely thick slab to random surface temperature [J]. Mechanics Research Communication, 1976, 3(2): 379 – 385.
- [45] Heller R A. Thermal stress as a narrow – band random load [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1976, 102(5): 787 – 805.
- [46] Bazant Z P, Wang T S. Spectral analysis of random shrinkage stresses in concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(2): 173 – 186.
- [47] Bazant Z P. Response of aging linear systems to ergodic random input[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1986, 112(3): 322 – 342.
- [48] Cambou B. Application of first order uncertainty analysis in the finite element method in linear elasticity [C]// Proceedings of the 2nd International Conference on Applications of Probability and Statistics in Soil and Structure Engineering, London, England, 1971: 17 – 122.
- [49] Demdrou BA, Houstics E N. An inference – finite element model

- for field applications [J]. *Applied Mathematical Modeling*, 1978, 2(2): 109–114.
- [50] Houstics E N. The complexity of numerical methods for elliptic partial differential equations[J]. *Journal of Computational and applied mathematic*, 1978, 4(3): 191–197.
- [51] Ingra T S, Bacher G B. Uncertainty in bearing capacity of sands[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1983, 109(7): 899–914.
- [52] 祁长青, 吴青柏, 施斌, 等. 青藏铁路冻土路基温度场随机有限元分析[J]. *工程地质学报*, 2005, 13(3): 330–336.
- [53] 姚磊华. 非平稳随机地下水流模拟[J]. *煤炭学报*, 2000, 25: 16–21.
- [54] LIU W K, Belyschko T, Main A. Probabilistic Finite elements for transient analysis in nonlinear continua[C]// *American Society of Mechanical Engineers, Aerospace division*, 1985: 9–24.
- [55] Andrzej SUALEC. Temperature field in random conditions[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1991, 33(1): 55–58.
- [56] 刘宁, 柯庆清, 阎旭. 重力坝的随机温度场初探[J]. 2000, 28(3): 7–13.
- [57] T D Hien, M Kleiber. Stochastic finite element modeling in linear transient heat transfer[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1997, 144(1/2): 112–114.
- [58] M Kamiński, T D Hien. Stochastic finite element analysis of transient heat transfer in composite materials with interface defects[J]. *Archives of Mechanics*, 1999, 51(3): 3342–3344.
- [59] 徐建平, 白冰, 周健. 摄动随机有限元法在边坡可靠性分析中的应用[J]. *武汉理工大学学报*, 2000, 24(4): 346–350.
- [60] 刘志强, 辛建, 喻文兵. 寒区高等级公路宽幅路基的随机温度场[J]. *冰川冻土*, 2013, 35(6): 1499–1504.
- [61] 王小兵, 陈建军, 梁震涛, 等. 随机温度场 Monte – Carlo 法的一类近似处理[J]. *系统仿真学报*, 2007, 19(10): 2156–2164.
- [62] 李金平, 陈建军, 刘海峰, 等. 基于 Neumann 展开 Monte – carlo 有限元法的随机温度场分析[J]. *西安电子科技大学学报*, 2007, 34(3): 453–457.
- [63] 孙红, 牛富俊, 陈哲, 等. 基于 Monte – carlo 法的冻土路基随机温度场分析[J]. *上海交通大学学报*, 2011, 45(4): 738–748.
- [64] WANG Tao, ZHOU Guoqing, WANG Jianzhou, et al. Stochastic analysis model of uncertain temperature characteristics for embankment in warm permafrost regions[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 2015, 109: 43–52.
- [65] 庞小朝, 周小文, 温庆博, 等. 向量随机场模拟及其在岩土工程中的应用[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2003, 43(5): 706–710.

The Present Situation and Prospect of the Study on the Randomness of Permafrost

SHI Lianghong^{1,2}, LI Shuangyang¹ and LIAO Ying³

(1. *State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, CAS, Lanzhou 730000, China*; 2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*; 3. *NO. 3 Engineering Co., Ltd. of CCCC First Harbor Engineering Co., Ltd., Dalian 116001, China*)

Abstract: Based on the research results obtained at home and abroad on the randomness of soil in recent years, the research status and progress of randomness are summarized from the internal and external factors affecting the randomness of the permafrost, the probability distribution of permafrost parameters and the model of the airfield calculation, and the following understanding is obtained: (1) Because of the internal and external factors, there are strong variations in the physical and mechanical parameters of permafrost, water field parameters and so on. (2) The probability function inference method of random variables is analyzed and summed up. In comparison, the normal information diffusion method can effectively describe the volatility of random variables; (3) The stochastic description method is summed up and the random field method can not only be found in the examination of random variables. The randomness of random variables is considered, and it has good application prospect. (4) The calculation method of frozen soil random field is summarized and analyzed. The stochastic finite element method can fully consider the randomness of material parameters, and it has a good application prospect. Based on the above understanding of the present situation of the randomness in permafrost, the author believes that a more in-depth study is needed in the future: a full study of the distribution of parameters involved in the frozen soil, and a thorough analysis of the random processes in the process of freezing water phase change, and a research on the permafrost water, heat, force and on the multi coupling and multiscale random field on the permafrost water, heat, force and water, heat, force and salt.

Key words: frozen soil; randomness; probabilistic inference method; influencing factors; calculation model; research progress